ALGEBRA

Zadanie 1. (0-2)

Podaj liczbę odwrotną do liczby a, jeśli

$$a = 2\frac{1}{3} \cdot 0{,}9 - 3{,}9 : \frac{3}{5}$$

Zadanie 2. (0-3)

Znajdź iloraz liczb a i b, jeżeli:

$$a = \sqrt{25^2 - 24^2} - \frac{1}{4} \cdot \left(\sqrt{4}\right)^2 \qquad b = \frac{(-2)^3 : \left(\sqrt{2\frac{1}{4}}\right)^{-1}}{-[6{,}6 - (-2)^{-2}]^0}$$

Zadanie 3. (0-6)

Oblicz: (wszystkie wyniki przedstaw w jak najprostszej postaci)

$$2\frac{1}{3} - \frac{1}{3} : \left(-1\frac{1}{9}\right); \qquad \frac{1\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{7}{10}\right) - 4\frac{2}{5} : 2\frac{1}{5}}{3\frac{2}{9} - \frac{4}{9}}; \qquad \frac{\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{8} - \sqrt{8} \cdot 2\sqrt{2}}{\frac{1}{3}\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{12} - 2\sqrt{27}}{\sqrt{3}}; \qquad 29\frac{1}{14} - 37\frac{1}{28}; \qquad -0{,}25 - 0{,}05; \qquad 2^3 \cdot 4^{10} : 8^9$$

Zadanie 4. (0-5)

Zapisz poniższe pięć liczb w najprostszej postaci a następnie uporządkuj je od najmniejszej do największej.

$$a = \sqrt{72} \qquad c = \sqrt{2} \cdot \sqrt{48}$$

$$b = \sqrt{8} + \sqrt{50} \qquad d = \sqrt{13^2 - 12^2}$$

$$e = \left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3} + \sqrt{5}\right)$$

Zadanie 5. (0-6)

Oblicz:

$$a = \sqrt{5}\left(-3\sqrt{5} - 4\sqrt{20} + 2\sqrt{125}\right) \qquad c = 36 : (3 \cdot 2) - 6\sqrt{25} + 5 \cdot 7$$

$$b = \left(2\sqrt{3} + 6\right)\left(5 - 4\sqrt{3}\right) \qquad d = \frac{\frac{3}{7} \cdot 5\frac{5}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3}}{\frac{3}{2} : \left(-\frac{1}{2}\right)^2}$$

Zadanie 6. (0-4)

Rozwiąż równania:

$$0{,}72x = 12 \qquad \frac{2x}{7} = 14 \qquad \frac{5}{7} + x = \frac{1}{7} \qquad 0{,}06 - 0{,}02x = 0{,}5 \qquad \frac{7 - x}{4} = 5 + \frac{x}{2}$$

Zadanie 7. (0-3)

Rozwiąż równanie

$$\frac{0{,}4x-2}{5}-\frac{0{,}6x-7}{40}=0{,}03(2-x)$$

Zadanie 8. (0-3)

Rozwiąż równanie

$$\frac{x+3}{2}-\frac{2x-5}{5}=\frac{4x-2}{8}-x+2$$

Zadanie 9. (0-3)

Rozwiąż równanie:

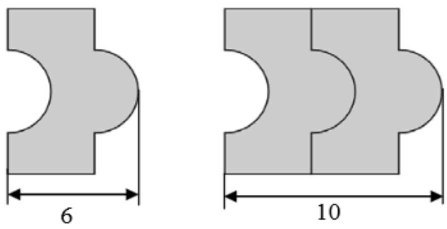
$$\frac{2x-5}{7}+\frac{3x+4}{6}=\frac{8x-5}{14}-\frac{20x+4}{42}$$

Zadanie 10. (0-3)

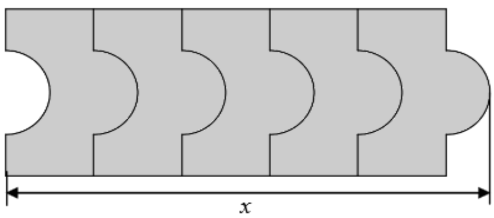
Uprość wyrażenie $-(2x^2+x)-2(x-x^2)+3(5x-3x^2)$ **i oblicz wartość liczbową** tego wyrażenia dla $x=-2$.

Zadanie 11. (0-3)

Na rysunkach przedstawiono kształt i sposób układania płytek oraz niektóre wymiary w centymetrach.



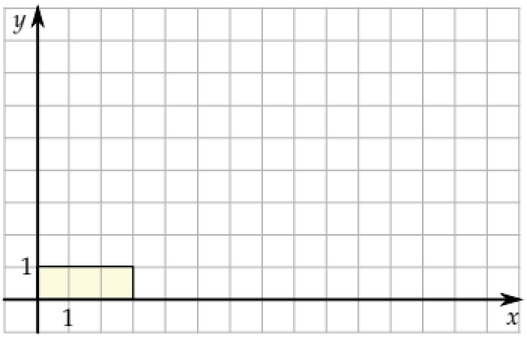
Ułożono wzór pięciu płytek, jak na rysunku.



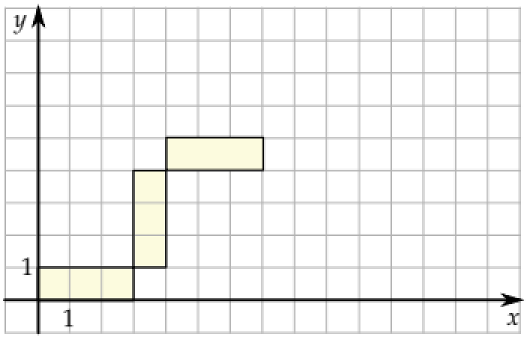
A) Oblicz x.
B) Zapisz wyrażenie algebraiczne opisujące długość analogicznego do x odcinka dla wzoru złożonego z n płytek.

Zadanie 12. (0-4)

Jakub narysował prostokąt położony w układzie współrzędnych tak jak na pierwszym rysunku. Kolejne przystające do niego prostokąty rysował w taki sposób, że kolejny rysowany prostokąt był obrócony o 90° oraz lewy dolny wierzchołek tego prostokąta był prawym górnym wierzchołkiem poprzedniego prostokąta (rysunek 2.). Łącznie tak narysował 30 prostokątów,



Rysunek 1.



Rysunek 2.

Wyznacz współrzędne prawego górnego wierzchołka dziewiętnastego z kolei prostokąta, którego narysował Jakub.

Wyznacz współrzędne prawego górnego wierzchołka ostatniego czyli trzydziestego prostokąta, którego narysował Jakub.

Zadanie 13. (0-3)

Zamień jednostki dopisując odpowiedni wykładnik w potędze liczby 10.

3 dm^2 = 3 $\cdot\, 10^{\cdots\cdots}\ mm^2$

1 m^3 = $10^{\cdots\cdots}\ cm^3$

680 mm = 6,8 $\cdot\, 10^{\cdots\cdots}$ Km

Zadanie 14. (0-2)

Średnica cząsteczki tlenu jest równa $3{,}71 \cdot 10^{-7}$ mm. Średnica atomu wodoru jest równa $1{,}06 \cdot 10^{-11}$ m. Ile razy średnica cząsteczki tlenu jest większa od średnicy atomu wodoru?

Zadanie 15. (0-2)

Na świecie jest około $5 \cdot 10^{15}$ mrówek i $500\,000$ słoni. Przeciętna mrówka waży około 0,01 grama, a przeciętny słoń około 4 ton. Czy wszystkie mrówki na świecie ważą więcej niż wszystkie słonie? Odpowiedź uzasadnij obliczeniami!

Zadanie 16. (0-3)

Jezioro Bajkał na Syberii – najgłębsze jezioro świata – ma więcej wody niż **Wielkie Jeziora w Ameryce** (Górne, Michigan, Hugon, Erie, Ontario), **zajmuje zaledwie trochę więcej niż $\frac{1}{8}$ ich łącznej powierzchni**.

Szacuje się, że Jezioro Bajkał zawiera $\frac{1}{5}$ wszystkich <u>światowych zasobów wody pitnej</u> (wyłączając lody polarne). **Jego objętość to około 23 000 km³, a powierzchnia jest równa 31,5 km².**

Korzystając tylko z podanych informacji, oszacuj

A) jaką powierzchnię zajmują Wielkie Jeziora w Ameryce;
B) ile litrów wody pitnej zawierają jej **<u>światowe zasoby</u>**. Otrzymaną liczbę zapisz w notacji wykładniczej.

Zadanie 17. (0-2)

Kwotę premii w wysokości 2500 zł podzielono pomiędzy dwóch pracowników (Kowalskiego i Nowaka) w stosunku 12 : 8.

A. O ile procent więcej premii otrzymał Kowalski w porównaniu z Nowakiem?
B. Jaką kwotę premii otrzymał Nowak?

Zadanie 18. (0-2)

Świeże śliwki zawierają 85% wody. Po wysuszeniu zawartość wody w suszonych śliwkach jest równa 24%. Ile gramów wody zawiera susz otrzymany z 2kg świeżych śliwek?

Zadanie 19. (0-3)

Koszyk zawierający 1 kg winogron kosztował 3,90 zł. Podczas promocji zwiększono masę opakowania o 30%, a jego cenę o 10%. Ile kosztuje 1 kg winogron w promocji?

Zadanie 20. (0-2)

Krzysztof i Małgorzata w maju mieli odpowiednio 1200 zł i 2000 zł oszczędności. W czerwcu oszczędności Krzysztofa wzrosły o 25%, ale suma oszczędności Krzysztofa i Małgorzaty w czerwcu nadal wynosiła tyle samo co w maju. O ile procent zmalały w czerwcu oszczędności Małgorzaty?

Zadanie 21. (0-2)

Od odsetek dopisywanych w banku należy zapłacić podatek w wysokości 19%. Obliczamy do w trzech etapach:

1. zaokrąglamy kwotę do pełnych złotych,
2. obliczamy 19% zaokrąglonej kwoty,
3. zaokrąglamy wynik do pełnych złotych.

Jaki podatek zapłacisz od odsetek w wysokości 134,56zł?

Zadanie 22. (0-2)

Cenę towaru, równą x złotych, obniżono najpierw o 20%, a potem nową cenę jeszcze obniżono o 10%.

A) Zapisz wyrażenie opisujące cenę towaru po dwóch obniżkach.
B) O ile procent obniżono łącznie początkową cenę towaru?

Zadanie 23. (0-2)

Oznaczmy przez a liczbę dziewcząt klasy VIIIA, zaś przez c liczbę chłopców. **Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego odpowiedź na poniższe pytanie**.

<u>Ilu uczniów jest obecnych na lekcji</u>, skoro połowa dziewcząt wyjechała na wymianę do Norwegii oraz trzy uczennice są chore, jedna trzecia chłopców bierze udział w zawodach sportowych?

Zadanie 24. (0-1)

Na wycieczkę szkolną początkowo miało pojechać a chłopców i b dziewczynek z klasy 8A oraz c chłopców i d dziewczynek z klasy 8B.Ostatecznie jednak z wycieczki zrezygnowało 10% chłopców z klasy 8A oraz 6 dziewczynek z klasy 8B. Dodatkowo do wycieczki dołączyło 4 chłopców z klasy 8B i 1 dziewczynka z klasy 8A.

Zapisz wyrażenie prezentujące liczbę uczniów klas 8A i 8B, którzy pojechali na wycieczkę w najprostszej postaci.

Zadanie 25. (0-2)

Ze wzoru $P = \frac{(a+b)\cdot h}{2}$ wyprowadź wzór na literkę a.

Zadanie 26. (0-3)

Z poniższego równania wyprowadź wzór na literę y.

$$(3x - 2y)(3x + 2y) - 9(x - 1)(x + 1) = x - y - 4(y - 2)(y + 2)$$

Zadanie 27. (0-2)

Uzasadnij, że jeśli liczba jest podzielna przez 18 i przez 84, to jest podzielna przez 252.

Zadanie 28. (0-3)

Dwa lata temu Marcin był trzy razy młodszy od Łukasza. Zapisz za pomocą wyrażenia algebraicznego sumę lat obu chłopców za pięć lat, jeżeli przez y oznaczysz obecny wiek Marcina.

Zadanie 29. (0-4)

Uczestnicy trzydniowego rajdu rowerowego pierwszego dnia pokonali $\frac{2}{5}$ całej trasy, drugiego dnia 55% pozostałej trasy, a trzeciego dnia ostatnie 54 km. Ile kilometrów liczy cała trasa? O ile kilometrów mniej pokonali drugiego niż pierwszego dnia?

Zadanie 30. (0-3)

Kasia i Jurek dotarli równocześnie do miejsca w połowie drogi między ich domami. Kasia wyszła z domu o 13:00 i szła 45 minut ze średnią prędkością 4 km/h. O której godzinie wyszedł z domu Jurek, jeżeli szedł ze średnią prędkością 5 km/h?

Zadanie 31. (0-3)

Marcel postanowił pomalować ściany w swoim mieszkaniu. Łączna powierzchnia ścian, które postanowił pomalować jest równa 120 m^2. Pod uwagę wziął dwa rodzaje farb:

Rodzaj farby	Wydajność	Cena
Fabra lateksowa	$8\ m^2/litr$	5 zł za 1 litr
Farba akrylowa	$5\ m^2/kg$	3 zł za 1 kg

Oblicz przy użyciu jakiego rodzaju farby koszt pomalowania 1 m^2 jest niższy.

Jaką kwotę zaoszczędzi Marcel, malując ściany w swoim pokoju, gdy kupi tańszą farbę?

Zadanie 32. (0-2)

Uzupełnij zdania:

A. Samolot pasażerski spala średnio 12 ton paliwa w ciągu godziny lotu. W ciągu minuty lotu samolot ten spala .... kg paliwa. Spalenie przez samolot 1800 kg paliwa trwa .... minut.

B. Wiedząc, że $97^3 = 912\ 673$ wartość $\sqrt[3]{0,912673}$ wynosi ....

Zadanie 33. (0-3)

Zapisz poniższe liczby w postaci jednej potęgi o możliwie najmniejszej naturalnej podstawie:

$18^{15} : 2^{15} =$

$21^7 : 3^7 \cdot 7^3 =$

Zadanie 34. (0-3)

Zapisz w postaci jednej potęgi o podstawie a.

$$[a^{10} : (a^7 \cdot a^4)] : [a^{-1} \cdot (a^7 : a^{-3})]$$

Zadanie 35. (0-3)

Zapisz w postaci jednej potęgi o podstawie x.

$$[x^2 \cdot (x^8 : x^5)^2] : [(x^{11} : x^9)^3 : x^4]$$

Zadanie 36. (0-3)

Zapisz w postaci jednej potęgi o podstawie x.

$$[x^{12} \cdot (x^7 : x^4)^2] : [(x^{11} : x^{-9})^3 : x^4]$$

Zadanie 37. (0-3)

Oblicz

$$3^7 : 3^4 + (-1)^4 \cdot (-1)^3 + \left(5^5\right)^4 : \left(5^3\right)^6 - \frac{2^{-5}}{2^{-7}}$$

Zadanie 38. (0-3)

Danych jest pięć liczb

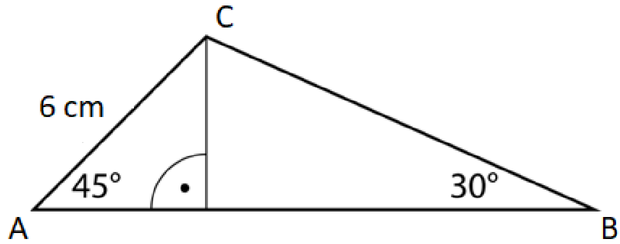
$$a = (0,3)^4,\ b = 10^{-2} \cdot 9^2,\ c = (0,09)^2,\ d = \left(3\frac{1}{3}\right)^{-4},\ e = \frac{1}{(0,81)^{-1}}$$

Oblicz wartość wszystkich podanych pięciu liczb i oblicz różnicę między największą, a najmniejszą z tych liczb.

PLANIMETRIA

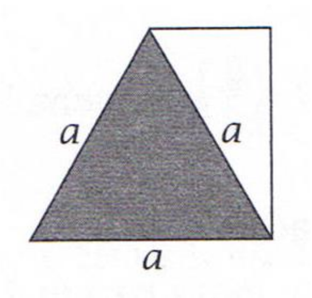
Zadanie 39. (0-3)

Oblicz obwód trójkąta ABC.



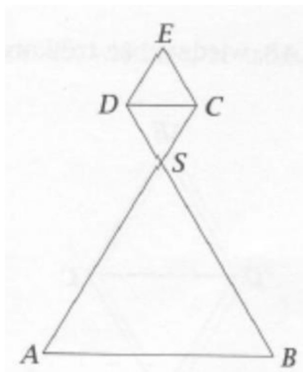
Zadanie 40. (0-3)

Pole trójkąta zacieniowanego na poniższym rysunku wynosi $16\sqrt{3}$. Oblicz obwód narysowanego trapezu prostokątnego



Zadanie 41. (0-2)

Oblicz odległość punktu E od odcinka AB, wiedząc, że trójkąty ABS, DCE i DSC są równoboczne oraz, że $|AB| = 6$ m i $|DC| = 4$ m.



Zadanie 42. (0-3)

Uzupełnij luki:

A. Pole trójkąta równobocznego o wysokości długości 6 cm wynosi: ....

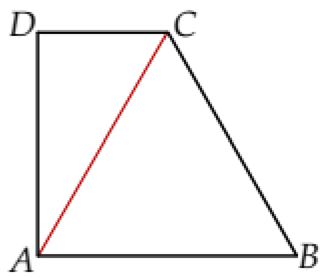
B. Wysokość trójkąta równobocznego o obwodzie długości $12\sqrt{2}$ cm wynosi ....

C. Długość boku kwadratu o przekątnej długości 4 cm wynosi ....

Zadanie 43. (0-3)

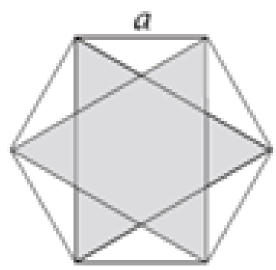
Dany jest trapez prostokątny ABCD, w którym trójkąt ABC jest trójkątem równobocznym o boku długości 6 cm.

Oblicz pole i obwód tego trapezu.



Zadanie 44. (0-2)

W sześciokącie foremnym o boku $a = \sqrt{3}$ łączymy odcinkami co drugi wierzchołek. Oblicz obwód zacieniowanej figury (zob. rysunek).



Zadanie 45. (0-2)

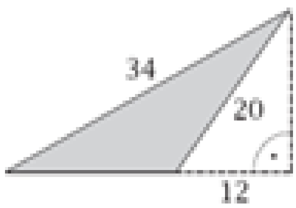
Oblicz obwód trójkąta prostokątnego ABC, w którym jeden z kątów ostrych ma 30°, a przeciwprostokątna ma długość 6 cm.

Zadanie 46. (0-2)

Oblicz pole trójkąta równoramiennego wiedząc, że długość podstawy jest o 20% większa od długości ramienia, a jego obwód wynosi 48 cm.

Zadanie 47. (0-3)

Korzystając z danych podanych na rysunku oblicz obwód i pole zacieniowanego trójkąta.

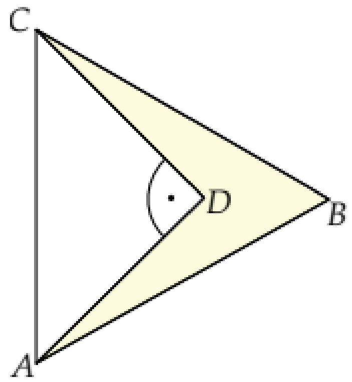


Zadanie 48. (0-2)

Dwa boki pewnego trójkąta mają długość 14 cm i 11 cm. Wyznacz długość trzeciego boku wiedząc, że jest ona wyrażona liczbą naturalną.

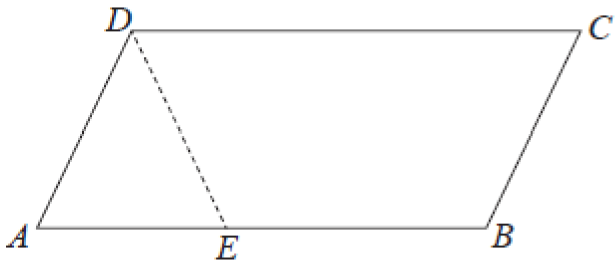
Zadanie 49. (0-4)

Na boku AC trójkąta równobocznego ABC o polu $3\sqrt{3}$ zbudowano równoramienny trójkąt prostokątny ADC.



Zadanie 50. (0-1)

Na rysunku przedstawiono równoległobok ABCD i trapez równoramienny EBCD, w którym $|DE| = |BC|$. Miara kąta rozwartego trapezu jest pięć razy większa od miary kąta ostrego.



Jaką miarę ma kąt EDA?

A. 30^o **B.** 36^o **C.** 108^o **D.** 120^o

Zadanie 51. (0-3)

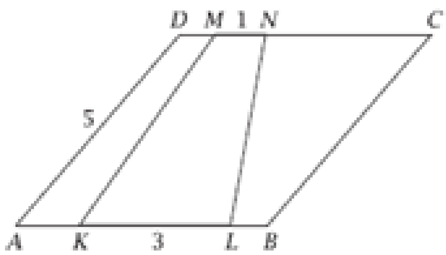
Oblicz pole i obwód trapezu równoramiennego, w którym dłuższa podstawa o długości 12 cm tworzy z przekątną o długości $8\sqrt{2}$ kąt 45°.

Zadanie 52. (0-2)

Podstawy trapezu równoramiennego mają długość 9 cm i 12 cm, a ramię ma długość 7 cm. Oblicz pole tego trapezu.

Zadanie 53. (0-2)

Pole rombu ABCD wynosi 19 cm^2, a długości podane na rysunku są wyrażone w centymetrach. Oblicz pole czworokąta KLMN.



Zadanie 54. (0-1)

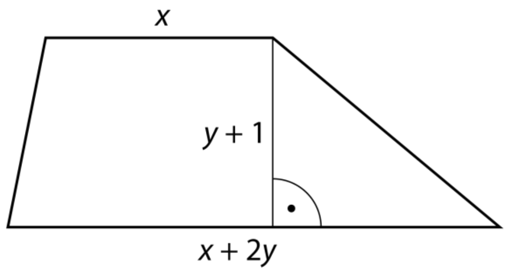
Udowodnij, że przekątna równoległoboku dzieli go na dwa trójkąty przystające.

Zadanie 55. (0-3)

Oblicz obwód trapezu równoramiennego o polu 48 cm^2, którego wysokość ma długość 6 cm, a różnica długości jego podstaw jest równa 8 cm.

Zadanie 56. (0-2)

Zapisz za pomocą sumy algebraicznej pole podanego trapezu.

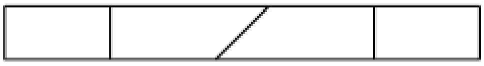


Zadanie 57. (0-2)

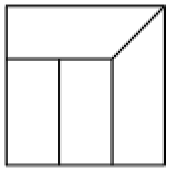
W równoległoboku ABCD długość boku AB jest dwa razy dłuższa od długości boku BC. Punkt E jest środkiem odcinka CD. Uzasadnij, że kąt AEB jest kątem prostym.

Zadanie 58. (0-3)

Prostokątny pasek papieru pocięto na cztery części w sposób przedstawiony na rysunku 1. Z tych części ułożono figurę w kształcie kwadratu tak jak pokazano na rysunku 2. Pole tego kwadratu jest równe $\frac{324}{25}$ cm^2.



Rysunek 1.



Rysunek 2.

Oblicz obwód paska papieru przed rozcięciem. Zapisz obliczenia.

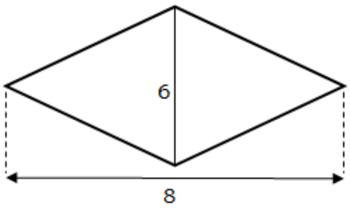
Zadanie 59. (0-3)

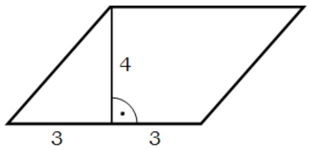
Oblicz pole trójkąta, jeżeli jego wierzchołki mają współrzędne $A = (-4, 3)$, $B = (-5, 1)$, $C = (4, 5)$.

STEREOMETRIA

Zadanie 60. (0-1)

Dwa graniastosłupy proste czworokątne mają taką samą wysokość równą 6. Ich podstawami są romb oraz równoległobok przedstawione na poniższych rysunkach.





Czy pola powierzchni całkowitej tych graniastosłupów są równe? Wybierz odpowiedź TAK lub NIE oraz jej uzasadnienie.

TAK,	ponieważ	graniastosłupy mają tę samą wysokość, a ich podstawy mają równe pola.
		podstawy mają równe pola i różne obwody
NIE,		w obu graniastosłupach podstawy są równoległobokami, a ściany boczne są przystającymi prostokątami.
		podstawy mają równe obwody i różne pola.

Zadanie 61. (0-2)

Poniższe zdania dotyczą graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego, którego wszystkie krawędzie mają długość 1. **Oceń prawdziwość zdań**.

a) Taki graniastosłup ma 12 krawędzi. PRAWDA/FAŁSZ

b) W takim graniastosłupie wierzchołków jest dwa razy więcej niż ścian bocznych. PRAWDA/FAŁSZ

c) Pole ścian bocznych jest równe sumie pól podstaw. PRAWDA/FAŁSZ

d) Objętość takiego graniastosłupa jest równa $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. PRAWDA/FAŁSZ

Zadanie 62. (0-5)

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny, w którym wysokość jest równa 0,5 dm. Pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa wynosi 45 cm^2. Wyznacz:

a) długość krawędzi podstawy,

b) objętość tego graniastosłupa,

c) długość przekątnej ściany bocznej tego graniastosłupa.

Zadanie 63. (0-3)

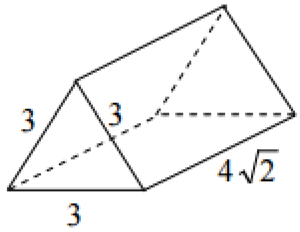
Oblicz pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego o wysokości 4 cm i krawędzi podstawy 2 cm.

Zadanie 64. (0-4)

Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, w którym krawędź podstawy ma długość 14 cm, a wysokość ściany bocznej ma długość 25 cm.

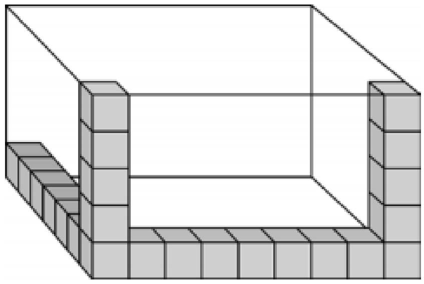
Zadanie 65. (0-2)

Na rysunku przedstawiono graniastosłup prosty i jego wymiary. **Oblicz pole powierzchni i objętość tego graniastosłupa.**

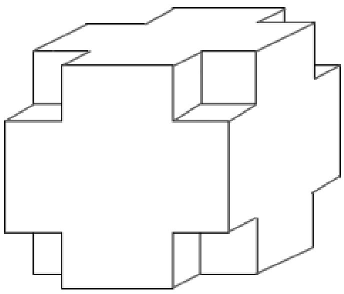


Zadanie 66. (0-2)

Szymon wykonał szkielet prostopadłościanu. Układał i sklejał ze sobą kolejno drewniane klocki sześcienne o krawędzi 4 cm wzdłuż <u>każdej</u> krawędzi prostopadłościennego pudełka o wymiarach 36 cm, 28 cm, 20 cm. Na rysunku przedstawiono część wykonanego szkieletu. **Ile klocków łącznie zużył Szymon na wykonanie <u>całego</u> szkieletu?** Zapisz obliczenia i swoje rozumowanie.



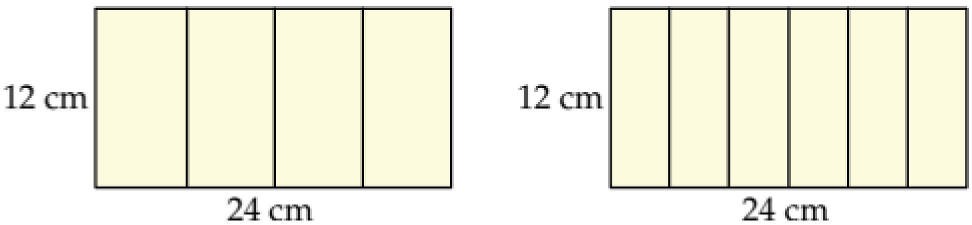
Zadanie 67. (0-2)



Z sześcianu zbudowanego z 64 małych sześcianów o krawędzi 1 cm usunięto z każdego narożnika po jednym małym sześcianie (patrz rysunek). **Oblicz pole powierzchni powstałej bryły i porównaj je z polem powierzchni dużego sześcianu.** Zapisz obliczenia.

Zadanie 68. (0-3)

Tomek zrobił dwa pudełka w kształcie graniastosłupów prawidłowych: czworokątnego i sześciokątnego. Powierzchnię boczną każdego z tych graniastosłupów wykonał z takich samych prostokątów o wymiarach 24 cm i 12 cm (patrz rysunek). Oblicz stosunek objętości tych graniastosłupów oraz ustal, który z nich ma większą objętość.



Zadanie 69. (0-4)

Na rysunku przedstawiono bryłę, której ściana jest albo kwadratem, albo trójkątem równobocznym. Kwadratami są też czworokąty ABCD i EFGH. Każda krawędź ma długość 4. Oblicz pole powierzchni i objętość tej bryły.